EXERCICE 1 :

Utilité cardinale et choix du consommateur.

Un consommateur mesure la satisfaction que lui procure la consommation séparée de deux biens X et Y. le tableau suivant indique, pour chacun des deux biens, la valeur de l'utilité totale en fonction de la quantité consommée, avec :
x et y : respectivement, nombres d'unités des biens X et Y.
U_x et U_y : respectivement, utilité totale de X et utilité totale de Y.

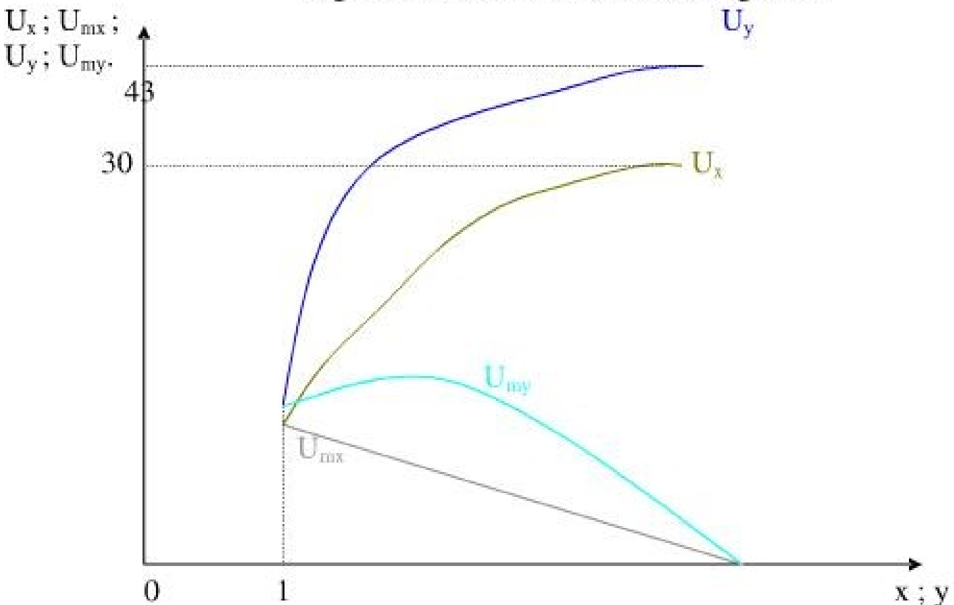
x	0	1	2	3	4	5	6
U_x	0	10	18	24	28	30	30
y	0	1	2	3	4	5	6
U_y	0	12	23	32	39	43	43

a- A partir du tableau, définir, calculer et représenter sur un même graphique les utilités totales et marginales des biens X et Y.
b- L'individu, qui affecte la totalité de son revenu nominal Rl, à l'achat des biens X et Y, veut maximiser sa satisfaction, sachant que les biens X et Y ont le même prix unitaire égal à 2 dirhams (Px = Py = 2 dirhams) et que Rl = 18 dirhams, quelle combinaison de quantités des deux biens le consommateur doit-il choisir ?
c- Déterminer les choix optimaux du consommateur sachant que Px = 2 dirhams, Py = 3 dirhams et que le revenu nominal est successivement égal à 15 dirhams et 9 dirhams.

Solution de l'exercice n° 1 :

a- L'utilité totale mesure la satisfaction que l'individu considéré pense éprouver en consommant un bien. Les utilités totales des biens X et Y sont représentées sur la figure 1, pour des quantités variant de 1 à 6 unités.
L'utilité marginale d'un bien mesure l'accroissement de l'utilité totale qui résulte de la consommation d'une unité supplémentaire du bien.
Considérons le bien X : pour $x = 1 \Rightarrow U_y = 10$ et pour $x = 2 \Rightarrow U_x = 18$.
Quand la quantité augmente d'une unité à partir de x = 1, l'utilité totale de X augmente d'une valeur $U_{mx} = \frac{\Delta U_x}{\Delta x} = \frac{18-10}{2-1} = 8$.
Le tableau suivant regroupe les valeurs des utilités marginales des deux biens, calculées comme précédemment pour le bien X entre x = 1 et x = 2.
Les utilités marginales des deux biens sont représentées sur la figure 1.
Remarque : la « loi de l'utilité marginale décroissante » est vérifiée pour chacun des deux biens : U_{mx} et U_{my} diminuent quand respectivement. x et y augmentent (pour le consommateur et pour chacun des biens, le gain de satisfaction est le moins en moins important au fur et à mesure que la quantité augmente).

Figure 1 : les utilités totales et marginales.



Les utilités marginales finissent par devenir nulles : $U_{mx} = 0$ pour $x = 6$ et $U_{my} = 0$ pour $y = 6$. L'annulation de l'utilité marginale de X, pour $x = 6$, signifie que le consommateur éprouve la même satisfaction ($U_x = 30$) en considérant la cinquième et la sixième unité de X : le passage de la cinquième à la sixième unité de X n'entraînant pas de gain de satisfaction, l'utilité totale plafonne et le consommateur atteint son niveau de satiété pour $x = 6$ (figure 1 : la courbe d'utilité totale passe par un maximum $U_x = 30$ pour $5 < x < 6$, en admettant la divisibilité).
Il en va de même pour y entre les valeurs $y = 5$ et $y = 6$.

b- Remarque préliminaire : les utilités des biens X et Y étant indépendantes, la satisfaction U_{xy} que le consommateur associe à la combinaison (x, y) consommée est égale à la somme des utilités totales U_x et U_y, soit : $U_{xy} = U_x + U_y$.
Les biens X et Y ayant le même prix ($P_x = P_y = 2$ dirhams), 2 dirhams de revenu permettent aussi bien d'acquérir une unité de X qu'une unité de Y, chacune de ces unités se différenciant de l'autre par l'utilité que leur reconnaît le consommateur.
Afin de choisir la combinaison (x, y) lui assurant le maximum d'utilité totale U_{xy}, le consommateur raisonne « à la marge » en comparant le gain de satisfaction attaché à chaque unité supplémentaire de chacun des deux biens. En d'autres termes, le consommateur compare les utilités marginales de X et de Y, soit respectivement U_{mx} et U_{my}.
La première unité de bien choisie est une première unité de y à laquelle est associée une utilité marginale ($U_{my} = 12$) supérieure à celle qui est associée à une première unité de x ($U_{mx} = 10$). La deuxième unité choisie est encore une unité de y ; l'utilité marginale d'une deuxième unité de y ($U_{mx} = 11$) est en effet supérieure à celle d'une première unité de x ($U_{mx} = 10$). Tant que son revenu n'est pas totalement dépensé, le consommateur poursuit sa comparaison des utilités marginales associées aux unités supplémentaires successives

des deux biens et choisit celles qui présentent l'utilité marginale la plus élevée. La satisfaction totale est maximale quand $U_{mx} = U_{my}$.

$x = 4 \Rightarrow U_{mx} = 4 = U_{my}$ ➪ $y = 5$, pour une dépense de : $2(4 + 5) = 18$ dirhams.

La satisfaction totale U_{xy} ne peut qu'être maximale dans la mesure où elle est égale à la somme des utilités marginales des unités successives choisies des biens. Comme l'indique le tableau suivant, la combinaison (x = 4 ; y = 5) rapporte au consommateur une utilité totale maximale.

U_{xy} 71 (en effet, $U_{xy} = U_x + U_y = \Sigma U_{mx} + \Sigma U_{my} = 28 + 43 = 71$.)

Unités successives de biens choisies par le consommateur

x	U_{mx}	y	U_{my}	
1er	10	1er	12	
2ème	8	2ème	11	
3ème	6	3ème	9	
4ème	4	4ème	7	
		5ème	4	
ΣU_{mx}	28	ΣU_{my}	43	$U_{xy} = \Sigma U_{mx} + \Sigma U_{my} = 28 + 43 = 71$.

c- Les prix des biens étant différents, le consommateur doit comparer l'utilité marginale du bien X à l'utilité marginale du bien Y, pondérées par les prix.

La satisfaction est maximale lorsque l'utilité marginale du dirham dépensé pour le bien X est équivalente à l'utilité marginale du dirham dépensé pour Y, c'est-à-dire quand on égalise les utilités marginales pondérées par les prix.

x	0	1	2	3	4	5	6
U_{mx}	0	10	8	6	4	2	0
$\frac{U_{mx}}{2}$	0	5	4	3	2	1	0
y	0	1	2	3	4	5	6
U_{my}	0	12	11	9	7	4	0
$\frac{U_{my}}{3}$	0	4	3,67	3	2,33	1,33	0

L'individu doit tenir compte de sa contrainte budgétaire, il ne peut effectuer son choix que parmi l'ensemble des combinaisons qui épuisent son revenu de 15 dirhams puis de 9 dirhams. Le tableau ci-dessous décrit l'ensemble de ces combinaisons possibles.

R = 15 dirhams		R = 9 dirhams	
x	y	x	y
0	5	0	3
3	3	3	1
6	1	--	--

- Le revenu est égal à 15 dirhams :

Le consommateur choisit la combinaison de trois unités de X et de trois unités de Y puisque, pour x = y = 3, les utilités marginales pondérées des deux biens sont égales :

$$\frac{U_{mx}}{P_x} = \frac{U_{my}}{P_y} = 3.$$

L'utilité totale correspondante à la combinaison (x = 3, y = 3) est égale à la somme des utilités marginales des unités successivement choisies des biens, soit : 10 + 8 + 6 + 12 + 11 + 9 = 56.

- Le revenu est égal à 9 dirhams :

A l'équilibre, lorsque les quantités des biens considérés prennent des valeurs discrètes, l'égalité des utilités marginales pondérées n'est pas toujours vérifiée. Pour un revenu égal à 9 dirhams, la combinaison précédente qui égalisait les utilités marginales n'est plus possible.
Le consommateur peut envisager l'achat des combinaisons (x = 0, y = 3) et (x = 3, y = 1).
- L'utilité totale de trois unités de y est égale à la somme des utilités marginales pondérées des trois premières unités de Y, soit : 12 + 11 + 9 = 32.
- L'utilité totale de la combinaison de trois unités de X et d'une unité de Y est égale à la somme suivante des utilités marginales : 10 + 8 + 6 + 12 = 36.

Le consommateur choisit donc la combinaison (x = 3, y = 1) qui lui procure l'utilité totale la plus grande.